

Filtro de Difusión Anisótropo con Memoria basado en Modelos Probabilísticos para Imágenes Intravasculares y Cardíacas

G. Ramos Llordén, G. Vegas Sánchez-Ferrero,
S. Aja Fernández, M. Martín Fernández, C. Alberola López

Laboratorio de Procesado de Imagen - Universidad de Valladolid

Resumen

Los filtros de difusión anisótropa para reducción de speckle se han utilizado extensamente por su capacidad de filtrar preservando bordes entre tejidos. No obstante, el sobrefiltrado y la generación de bordes irreales hace que estos filtros no sean aceptados para aplicaciones médicas en las que la información estructural de los tejidos debe ser preservada. En este trabajo se propone un filtro de difusión con memoria con el objetivo de preservar las estructuras de dimensiones más pequeñas que parecen en imágenes intravasculares (IVUS) y cardíacas. Se propone un modelo de tensor de difusión con memoria que mantiene las estructuras de interés médico de la imagen a lo largo del tiempo y reduce significativamente el ruido. El filtro propuesto se ha probado en imágenes IVUS y cardíacas, en las que ha demostrado un mejor comportamiento que el de los filtros de speckle de la literatura.

1. Introducción

La cardiopatía isquémica es el nombre que reciben las enfermedades cardiovasculares caracterizadas por un desequilibrio entre el suministro de oxígeno y la demanda cardíaca. El proceso subyacente fundamental es la aterosclerosis coronaria: acumulación de placas (ateroma) en la íntima de las arterias coronarias que irrigan el tejido del músculo cardíaco [1]. La detección de estas placas se puede realizar a través de imágenes ultrasónicas intravasculares (IVUS), donde se toma una imagen del interior de la arteria. De forma similar, el análisis regional del ventrículo izquierdo juega un papel fundamental en el diagnóstico de la enfermedad. Esto es posible a través de, entre otras modalidades, imágenes ultrasónicas (US) cardíacas: ecocardiografías.

Los métodos automáticos de análisis basan su éxito en una imagen inicial lo más libre posible de artefactos irrelevantes producidos en su adquisición. Debido al fenómeno físico en el que se basan las imágenes US de eco, éstas presentan una baja relación señal a ruido. Por ello, la etapa de filtrado resulta esencial para un buen funcionamiento de los métodos de análisis y tiene como objetivo reducir el ruido, conocido como *speckle*, y preservar la mayor cantidad de información: bordes y estructuras.

El *speckle* aparece debido a la dispersión de naturaleza aleatoria producida por el haz US y tiene como efecto no

deseado el de enmascarar los bordes de la imagen dificultando el análisis de los tejidos. En la literatura se han propuesto gran cantidad de filtros para mitigar estos efectos. Entre ellos destacan los filtros de difusión basados en la ecuación del calor que combinan un análisis estadístico de los tejidos con un filtrado anisótropo de la imagen para preservar los bordes de interés [3]. En concreto, el filtro POSRAD [2] utiliza los mapas de probabilidad para detectar los bordes más probables y define el tensor de difusión en función del tensor de estructura de la imagen.

Aunque los filtros de difusión han mostrado buenos resultados en la literatura, presentan un problema importante a la hora de preservar los detalles de una imagen. Concretamente, al evolucionar en el tiempo, van perdiendo las estructuras de dimensiones reducidas eliminando información útil para el diagnóstico médico. Esto se debe principalmente al proceso de difusión que degenera en un filtrado excesivamente isótropo en zonas con bordes o excesivamente anisótropo en zonas sin bordes, dando como resultado la generación de bordes irreales o el sobrefiltrado de información relevante. Por ello, es importante que el filtro recuerde la imagen inicial y toda su información para que evolucione sin perder detalles de la imagen original.

La contribución principal de este trabajo es la propuesta de un filtro de difusión con memoria que sigue la filosofía del filtro POSRAD. Este filtro preserva las estructuras reducidas de tejidos de importante interés médico, evitando la generación de falsos contornos o el sobrefiltrado.

La estructura del artículo es la siguiente: En la sección 2 se proponen los modelos probabilísticos de *speckle* para las imágenes IVUS y cardíacas. En la sección 3 se propone el filtro de difusión con memoria basado en el POSRAD. En la sección 4 se compara el filtro propuesto con otros comúnmente utilizados en la literatura para IVUS e imagen cardíaca. Finalmente, unas conclusiones.

2. Modelos probabilísticos de *speckle* para imágenes IVUS y cardíacas

Puesto que el filtro con memoria propuesto está basado en la filosofía de filtros de difusión guiados por la caracterización probabilística, en esta sección se describen los modelos probabilísticos empleados en la caracterización de

speckle en imágenes IVUS y cardíacas.

Los cuatro modelos clásicos de *speckle* se pueden clasificar según el número efectivo de *scatters* en la celda de resolución. Si éste es elevado, se considera el modelo de *speckle* completamente formado donde la distribución de la envolvente de la señal sigue una distribución Rayleigh. Si además existen reflexiones especulares, la distribución resultante es una distribución Rice y el modelo se denomina *speckle* completamente resuelto [4].

El procesamiento de señal incluido en los dispositivos de US modifica los modelos anteriores, pues éstos describen la señal a la salida del transductor. En [4] se argumenta teórica y experimentalmente el uso de la distribución Gamma y Normal como resultado del filtrado o interpolación de píxeles cuyas intensidades siguen el modelo de *speckle* completamente formado y resuelto respectivamente. En tales circunstancias la distribución Rayleigh se aproxima por una Gamma y la Rice por una Normal.

En cada la celda de resolución pueden encontrarse distintas naturalezas de *speckle* simultáneamente. Este efecto se modelará por medio de una mezcla de densidades probabilidad que describe el efecto de volumen parcial resultante de la variedad de tipos de *speckle*.

2.1. Modelo de *speckle* en imágenes IVUS

Las imágenes IVUS consideradas en este trabajo contienen 4 tipos de tejidos segmentados manualmente por dos especialistas médicos. En particular, se dispone de Lumen y de tres tipos de placas: calcificadas, lipídicas y fibróticas. Existen características ecogénicas que son diferentes para cada tipo de tejido, pero los cuatro tipos se caracterizan por su heterogeneidad y por cumplirse el modelo de *speckle* completamente formado. Dichas imágenes han sido procesadas usando un filtro pasobanda de *Butterworth*, por lo que un modelo de mezclas de variables aleatorias Gamma es adecuado para los cuatro tipos de tejidos [4]. Para la selección de la distribución más idónea, se compararon los resultados del modelo de mezclas de variables aleatorias (v.a.) Gamma, Nakagami y Rayleigh usando la divergencia de Kullback-Leibler (KL) y el estadístico de Kolmorov-Smirnov (KS). Los resultados demuestran la idoneidad del modelo Gamma, así como el uso de tres componentes como el número de componentes óptimo, buscando el equilibrio entre reducir el KS y no sobredimensionar el modelo probabilístico.

La distribución de probabilidad de la imagen completa es¹:

$$f_X(x|\Theta) = p_{calci}f_{XCalci}(x|\Theta_{calci}) + p_{lip}f_{Xlip}(x|\Theta_{lip}) + p_{fib}f_{Xfib}(x|\Theta_{fib}) + p_{lum}f_{XLum}(x|\Theta_{lum}) \quad (1)$$

donde las distribuciones de cada tejido están formadas por 3 componentes de v.a. Gamma (12 en total). Los mapas de probabilidad se obtienen a través de las probabilidades de pertenencia a la clase de tejido C_i . Usando el Teorema de Bayes:

$$P(C_i|X = x) = \frac{f_{X_i}(x|\Theta_i)p_i}{f_X(x)} \quad (2)$$

¹Donde *Lum*, *Calci*, *Fib*, *Lip* se refieren al lumen, placa calcificada, fibrótica y lipídica respectivamente.

donde $i \in \{Lum, Calci, Fib, Lip\}$.

Las probabilidades *a priori* y los parámetros de las distribuciones Gamma de la ecuación (1) son estimados con el algoritmo *Expectation-Maximization* (EM), maximizando la función de verosimilitud:

$$f_{X_1, X_2, \dots}(x_1, x_2, \dots|\Theta) = \prod_{i=1}^N \sum_{j=1}^{12} p_j f_{X_i}(x_i|\Theta_j) \quad (3)$$

donde $f_{X_i}(x_i|\Theta_j)$ son distribuciones Gamma de parámetros $\Theta_j = (\alpha_j, \beta_j)$.

2.2. Modelo de *speckle* en imágenes cardíacas y mapas de probabilidad

La histología de las imágenes cardíacas permite distinguir gran cantidad de tejidos. Debido a las dimensiones de éstos comparados con la celda de resolución, sólo son distinguibles las cavidades cardíacas, el tejido de miocardio y las válvulas. El gran tamaño del miocardio produce reflexiones especulares que llevan a la aparición de *speckle* completamente resuelto. Las cavidades cardíacas (sangre) cumplen el modelo de *speckle* completamente formado. La interpolación que han sufrido las imágenes utilizadas en los experimentos del filtro justifica el uso de un modelo de mezclas de v.a. Gamma y Normal para la imagen completa [4].

El modelo de mezclas de distribuciones para la imagen cardíaca es:

$$f_X(x|\Theta) = \sum_{j=1}^{L_{Gamma}} p_j f_X(x|\Theta_j) + \sum_{k=1}^{L_{Normal}} p_k f_X(x|\Phi_k) \quad (4)$$

donde $f_X(x|\Theta_j)$ es una distribución Gamma y $f_X(x|\Phi_k)$ una distribución Normal de parámetros $\Phi_k = (\mu_k, \sigma_k)$. Los mapas de probabilidad se obtienen de nuevo con el Teorema de Bayes.

Los parámetros L_{Gamma} y L_{Normal} se determinan usando un método de clasificación y estimación. La imagen se segmenta en sectores radiales donde se clasifica cada uno de ellos como Normal o Gamma en función del *skewness* (aquellas que no presenten *skewness* significativo se clasifican como Normales). Posteriormente, una estimación EM de los datos caracterizados como v.a Normal y, por otro lado, de los caracterizados como Gamma permite determinar el número óptimo de componentes. Finalmente, el algoritmo EM aplicado sobre el modelo de mezclas de la ecuación (4) permite obtener los parámetros restantes.

3. Filtro de difusión anisótropo con memoria

Sea la imagen a filtrar u_0 . La imagen filtrada es la solución al sistema de EDP definido como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(\mathbf{L} \nabla u) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} + \frac{\mathbf{L}}{\tau} = \frac{\mathbf{D}}{\tau} \quad (6)$$

donde τ es una constante de relajación [5], las condiciones iniciales son u_0 , \mathbf{L}_0 y las condiciones de frontera periódicas. El tensor de difusión instantáneo, $\mathbf{D}(u(t))$, se obtiene

de los mapas de probabilidad de la imagen en el instante t , $u(x, y, t)$ como se describe en [2], donde el tensor de difusión se define como:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \mathbf{E}^T \quad (7)$$

donde \mathbf{E} es la matriz cuyos vectores columna son \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 . Éstos se obtienen del tensor de estructura de los mapas de probabilidad de la imagen $u(x, y, t)$ con borde más probable. Es decir, se selecciona la base de autovectores definida por el tensor de estructura cuyo autovalor principal sea máximo de entre todos los mapas de probabilidad [3]. El coeficiente de difusión en la dirección tangencial al borde, \mathbf{v}_2 , se inicializa a 1; mientras que en la dirección normal al borde se le asigna la probabilidad de que no sea borde. De esta manera se favorece un comportamiento anisótropo en regiones donde hay borde.

La solución a la ecuación (6) es:

$$\mathbf{L}(x, y, t) = e^{-t\tau} \mathbf{L}_0(x, y) + \int_0^{t\tau} e^{s-t\tau} \mathbf{D}(u(s)) ds \quad (8)$$

La interpretación de esta ecuación es que promedia temporalmente el tensor de difusión \mathbf{D} con una exponencial, dándole más importancia a los tensores de difusión actuales [5]. La influencia del tensor de difusión inicial $\mathbf{L}_0(x, y)$ decae al aumentar el filtrado. La ecuación (5) se puede expresar como la siguiente ecuación de Volterra:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = e^{-t\tau} \text{div}(\mathbf{L}_0 \nabla u) + \int_0^{t\tau} e^{s-t\tau} \text{div}(\mathbf{D}(u(s)) \nabla u(t)) ds \quad (9)$$

El factor de relajación τ controla el grado de memoria. Si $\tau \rightarrow \infty$, la ecuación (6) tiene como solución un tensor de difusión constante (memoria infinita). Si $\tau \rightarrow 0$ se particulariza a la EDP del filtro POSRAD (sin memoria).

3.1. Implementación

La discretización de la ecuación (5) se realiza con un esquema de diferencias finitas [3]. La ecuación (6) se discretiza siguiendo un esquema semi-implícito de Euler:

$$\frac{\mathbf{L}^{n+1} - \mathbf{L}^n}{\Delta t} + \frac{\mathbf{L}^{n+1}}{\tau} = \frac{\mathbf{D}^n}{\tau} \quad (10)$$

donde Δt es el paso temporal, \mathbf{L}^{n+1} y \mathbf{L}^n el tensor de difusión para la iteración $n+1$ y n -ésima respectivamente y \mathbf{D}^n es la aproximación a $\mathbf{D}(u(t))$. Para asegurar que la solución es un tensor definido positivo con el fin de evitar efectos de antidifusión, se ha supuesto que las orientaciones de las estructuras no van a cambiar excesivamente cuando el paso temporal Δt es pequeño. Los autovectores de \mathbf{L}^{n+1} son aproximadamente iguales a los de \mathbf{L}^n y \mathbf{D}^n . De esta forma los autovalores de dichos tensores cumplen la misma ecuación que (10) y se obtienen como:

$$\gamma_i^{n+1} = \frac{1}{1 + \beta} (\beta \gamma_i^n + \lambda_i) \quad (11)$$

para $i = 1, 2$ y donde $\gamma_i^n \geq 0$ denota el autovalor i -ésimo del tensor de difusión \mathbf{L}^n y $\beta = \frac{\tau}{\Delta t}$. \mathbf{L}^n se obtiene como:

$$\mathbf{L}^{n+1} = \gamma_1^{n+1} \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^T + \gamma_2^{n+1} \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2^T \quad (12)$$

La memoria del filtro es selectiva, pues en zonas de ausencia de tejido no se desea mantener información de los tensores de estructura iniciales. En estas zonas, el filtro debe filtrar al máximo pues no hay estructuras de interés médico, por lo que es conveniente desactivar la memoria: $\tau = 0$. Equivalentemente, $\beta = 0$. En tejidos, por el contrario, $\tau \rightarrow \infty$ ó $\beta \rightarrow \infty$. Por tanto, definiremos β como una función, $\beta = g(s)$, dependiente de la probabilidad de que no pertenezca al tejido:

$$g(s) = \begin{cases} K & \text{si } s < p \\ 1 - s & \text{si } s \geq p \end{cases} \quad (13)$$

con $g(0) = K \gg 0$, $g(1) = 0$ y p es un umbral de selección de tejido que dependerá del grado de detalle que queramos preservar. En imágenes IVUS, $\beta = g(P_{\text{Lumen}})$, mientras que en imágenes cardíacas $\beta = g(P_{\text{sangre}})$, ya que las distribuciones Normales modelan el miocardio.

4. Resultados

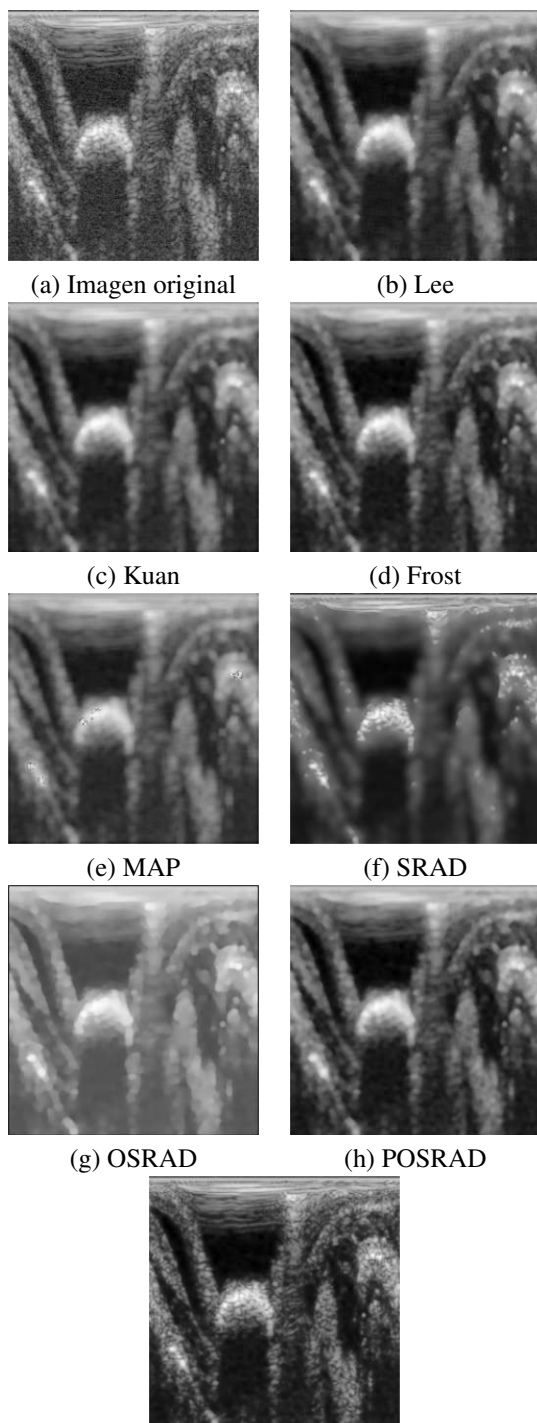
En la figura 1 se muestra una imagen IVUS original en coordenadas polares (sin interpolación) y sus versiones filtradas por diferentes filtros de *speckle* de la literatura. Los filtros que requieren una ventana para el cálculo de estadísticos han sido implementados con un tamaño de 7×7 . Los filtros de Lee y Kuan han sido implementados con una media de ruido unidad y varianza de 0.5. Los cuatro filtros de difusión implementados han sido ejecutados con 10 iteraciones y $\Delta t = 0,5$. Para el filtro SRAD se ha preferido usar 50 iteraciones ya que el efecto de filtrado era inapreciable. Los parámetros de la función $g(\cdot)$ del filtro propuesto son $K = 800$ y $p = 0,7$. Todos los filtros a excepción del propuesto eliminan estructuras con detalle y que pueden ser de interés médico. Por ejemplo, las estructuras granulares que caracterizan los tejidos han de ser preservadas al máximo para facilitar el diagnóstico médico. El filtro propuesto consigue preservarlas y al mismo tiempo realiza un filtrado considerable en zonas de Lumen.

En la figura 2 se muestra una imagen cardíaca de 4 cámaras y sus versiones filtradas. Los parámetros de los filtros son los mismos que en el experimento anterior. En el filtro propuesto se toman los parámetros $K = 10^4$ y $p = 0,7$, al igual que en el caso anterior.

Aunque en este experimento hay menos estructuras pequeñas que en la imagen IVUS, sí se puede observar cómo el tejido de miocardio y la válvula permanecen bien definidos a la vez que se ha eliminado el *speckle*. En cambio, el resto de filtros no consiguen mantener un balance adecuado entre el filtrado y preservación de información.

5. Conclusiones

La incorporación de un mecanismo de memoria en el tensor de difusión permite evitar el sobrefiltrado. El factor de relajación y filtrado selectivo permite controlar la memoria y hacerla dependiente del tipo de tejido. Así, en zonas donde se desea preservar la información, se puede establecer un alto grado de memoria y en zonas de poco interés médico desactivarla. La comparación con filtros de reduc-



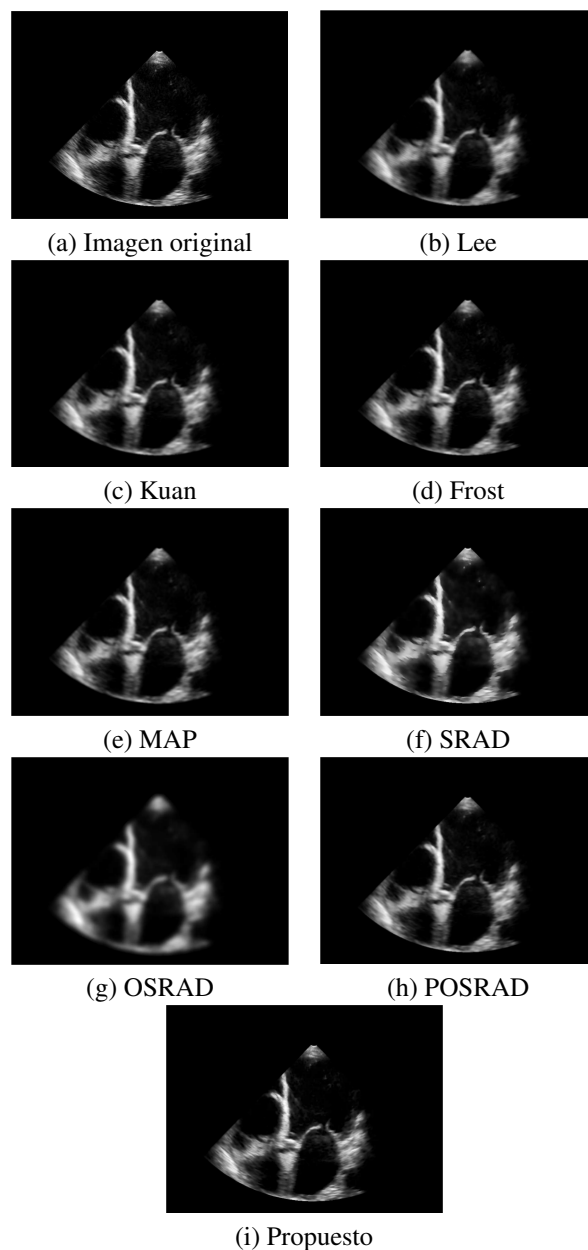
(i) Propuesto

Figura 1. Comparativa de filtros de speckle en imagen IVUS.

ción de *speckle* muestra la superioridad del filtro propuesto al preservar las estructuras de interés médico reduciendo, al mismo tiempo, el efecto del *speckle*.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos VA37A611-2, VA0339A10-2; CEN-20091044, TEC2010-17982, MTM2007-63257, y PI11/01492.



(i) Propuesto

Figura 2. Comparativa de filtros de speckle en imagen cardíaca.

Referencias

- [1] Garcia-Garcia M.H, Costa A.M, Serruys W.P. Imaging of coronary atherosclerosis: intravascular ultrasound. *European Heart Journal*, vol 31, issue 6, 2010, pp 2456-2469
- [2] Vegas-Sanchez-Ferrero G, Aja-Fernandez S, Martín-Fernandez M, Frangi A.F, Palencia C. Probabilistic-Driven Oriented Speckle Reducing Anisotropic Diffusion with Application to Cardiac Ultrasonic Images. *MICCAI 2010*, Beijing, 2010, pp 518-525
- [3] Krissian K, Westin C.F, Kikinis R, Vosburgh K.G. Oriented Speckle Reducing Anisotropic Diffusion. *IEEE Trans. on Image Proc.*, vol 16, issue 5, 2007, pp 1412 - 1424
- [4] Vegas-Sanchez-Ferrero G, Aja-Fernandez S, Martín-Martínez D, Palencia C. On the influence of interpolation on probabilistic models for ultrasonic images. *IEEE ISBI, 2010*, Rotterdam, 2010, pp 292-295
- [5] Cottet G.H, Ayyadi M.E. A Volterra type model for image processing. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol 7, issue 3, 1998, pp 292 - 303