

MODELO DE DAÑO PARA MATERIALES BIOLÓGICOS FIBRADOS BASADO EN SU COMPORTAMIENTO MICROESTRUCTURAL

P. Sáez Viñas^{1,2}, V. Alastrué Vera^{1,2}, E. Peña Baquedano^{1,2}, M.A. Martínez Barca^{1,2}, M. Doblaré Castellano^{1,2}

¹ Grupo de Mecánica Estructural y Modelado de Materiales, Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A), Universidad de Zaragoza, Zaragoza, España, { psaez, victorav, fany, miguelam, mdoblaré }@unizar.es

² Grupo de Investigación en Biomédica en Red en Bioingeniería, Biomateriales y Nanomedicina (CIBER-BBN)

Resumen

En este trabajo se presenta un modelo de daño para material biológico fibrado según un comportamiento micro-estructural. Se han utilizado modelos de daño para describir el ablandamiento de tejidos blandos bajo la aplicación de grandes deformaciones. Para caracterizar la contribución y distribución de las fibras que estos materiales poseen, se ha utilizado una aproximación micro-estructural. La matriz del material se caracteriza a través de una función densidad de energía de tipo Neo-Hookiano, mientras que las fibras se caracterizan mediante leyes fenomenológicas de tipo exponencial. El paso de la contribución micro-estructural al comportamiento macroscópico se realiza a través de una integración numérica sobre la superficie una esfera unitaria.

1. Introducción

El tejido biológico blando sufre grandes deformaciones y presenta un claro comportamiento anisótropo debido a la estructura interna del material, compuesta de una matriz en la que se encuentran embebidas una red de fibras de colágeno y elastina. Debido a estas deformaciones, las fibras del material sufren un daño progresivo en situaciones no fisiológicas, pudiéndose apreciar claramente en ensayos experimentales de tracción [1].

Existen muchos modelos de daño en la literatura, algunos obtenidos de identificar una función densidad de energía que se ajuste a las ensayos, sólo son capaces de reproducir el rango lineal del material [2-4]. Otros que introducen la región de fallo del material [5-7] presentan problemas numéricos que no permiten incorporar los con facilidad en códigos de elementos finitos o no reproducen fielmente el comportamiento del material. Para caracterizar el daño que se produce en las fibras del material se ha seguido el modelo propuesto por Calvo et al. [8]. En él se presenta la contribución del daño de la matriz y las fibras de forma separada [9]. La respuesta cuasi-incompresible del material se ha modelado mediante el tensor gradiente de deformación desacoplado en una parte volumétrica y otra desviadora. A su vez, la parte desviadora se descompuso en una parte isótropa y otra anisótropa, aportada únicamente por las fibras del material.

Las fibras del tejido se han caracterizado a través de una aproximación micro-estructural obtenida mediante la

homogeneización computacional de las contribuciones de las microfibras [10-13]. El comportamiento mecánico de dichas microfibras presenta unas direcciones preferenciales de orientación, por lo que el comportamiento es claramente anisótropo [3]. Dichas fibras se han modelado mediante una función exponencial de la energía de deformación [13]. Se utilizarán los modelos desarrollados por Holzapfel et al. [14], en las que se establecen dos direcciones preferenciales o familias de fibras, embebidas en una matriz de material isótropo. Además, se tiene en cuenta el trabajo de Alastrué et al [13], en el que se introduce una distribución probabilista de las fibras en torno a su dirección preferencial. En concreto se supone una distribución de Von-Mises, a diferencia de otras utilizadas en la bibliografía [9][15].

2. Conceptos mecánicos

2.1. Cinemática básica

Dado un tensor de deformación $\mathbf{F}$, con $J=\det(\mathbf{F})>0$, que caracteriza el cambio de volumen del material, es posible aplicar una descomposición multiplicativa tal que

$$\bar{\mathbf{F}} := J^{-\frac{1}{3}} \mathbf{I} \cdot \mathbf{F} \quad (1)$$

Donde $\mathbf{I}$ representa el tensor identidad de segundo orden, y $\bar{\mathbf{F}}$ la contribución desviadora del tensor de deformación, por lo que $\det(\bar{\mathbf{F}}) = 1$.

De esta manera, se pueden escribir los tensores de deformación de Cauchy-Green por la izquierda y derecha respectivamente como

$$\mathbf{b} := \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T, \mathbf{C} := \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad (2)$$

Y su equivalente asociado a $\bar{\mathbf{F}}$ como,

$$\bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{F}} \cdot \bar{\mathbf{F}}^T, \bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^T \cdot \bar{\mathbf{F}} \quad (3)$$

Se representa a partir de este momento con $\bullet$, todas aquellas magnitudes asociadas a la contribución desviadora del tensor de deformación.

2.2. Contribuciones a la tensión

Situándose dentro de un modelo hiperelástico, se puede escribir una función densidad de energía desacoplada [17]

$$\Psi = \Psi_{vol} + \Psi_{ich} = \Psi_{vol} + \Psi_{iso} + \Psi_{ani} \quad (3)$$

Los dos primeros términos hacen referencia a la respuesta de la matriz [17]. El tercer término, hace referencia a la función densidad de energía de las fibras del material, donde se ha introducido el modelo micro-estructural.

Para evaluar las tensiones de cada familia de fibras en la micro-esfera, se realiza un promedio de la tensión en distintos puntos de la superficie de la micro-esfera, definidos por direcciones de orientación ($\bar{r}$)

$$\tau_{ani} = \left\langle \rho \psi'(\bar{\lambda}) \bar{\lambda}^{-1} \bar{t} \otimes \bar{t} \right\rangle \quad (4)$$

Donde ψ' la derivada de la función de densidad de energía respecto al alargamiento y ρ es la distribución de probabilidad de Von-Mises. La figura 1 presenta la distribución de probabilidad sobre una esfera unitaria orientada sobre las direcciones preferenciales de cada una de las dos familias de fibras.

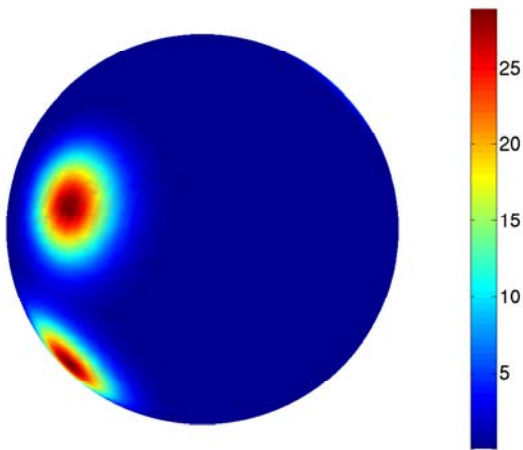


Figura 1. Distribución de probabilidad sobre la esfera unitaria.

Este promedio se realiza integrando la expresión anterior sobre la superficie de la esfera. Para poder realizar esta operación de forma numérica, a cada dirección de orientación se le asignan unos pesos (w^i) que ponderan a la contribución de la tensión en cada una de las direcciones de orientación de la siguiente manera [13].

$$\langle (\bullet) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{U_2} (\bullet) dA \approx \sum_{i=1}^m w^i (\bullet)^i \quad (5)$$

Donde U_2 representa la esfera de radio unidad.

2.3. Comportamiento de las fibras.

Las fibras presentan un comportamiento exponencial, quedando su comportamiento definido por la función densidad de energía

$$\psi_0(\bar{\lambda}) = \begin{cases} 0 & , \text{si } \bar{\lambda} < 1 \\ \frac{k_1}{2k_2} [\exp(k_2 [\bar{\lambda}^2 - 1]^2) - 1] & , \text{si } \bar{\lambda} \geq 1 \end{cases} \quad (6)$$

Donde $\bar{\lambda} = \bar{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{r}$ denota el alargamiento desviador en la dirección de la fibra. No se considera la contribución de las fibras a compresión.

2.4. Modelo de daño anisótropo

Se ha adoptado el modelo de daño propuesto por Calvo et al. [8]. Se considera que el daño afecta únicamente a la parte desviadora de la deformación [16]. Por tanto, la función de densidad de energía anisótropa puede ser escrita como sigue

$$\psi(C, M, D) = [1 - D] \psi_0(C, M) \quad (7)$$

Donde ψ_0 denota la energía de deformación de las fibras sin daño y D el parámetro de daño. Se ha modificado el factor $(1-D)$ presentado en [8] para obtener una respuesta más suave de la evolución del daño en los instantes cercanos al daño total. Se ha optado por una función sigmoide de la forma $1/(1 + \exp(-a(\theta_t - c)))$.

La evolución del daño es controlada a través de las ecuaciones

$$\theta_s = \sqrt{2\psi_0(\bar{C}(s))}, \quad \theta_t = \max_{s \in (-\infty, t]} \sqrt{2\psi_0(\bar{C}(s))} \quad (8)$$

3. Simulación de ensayo uniaxial.

Para demostrar la eficacia de los modelos antes presentados se han implementado en Matlab para poder visualizar el comportamiento del material ante grandes deformaciones. Se han dispuesto la dirección preferencial de las fibras en la dirección de la carga en el ensayo, haciendo coincidir por tanto las dos familias en la misma dirección. Los parámetros del material han sido obtenidos de [13]

3.1. Ensayo de tracción

A continuación se presentan los resultados obtenidos cuando se simula un ensayo de tensión uniaxial sobre el material biológico (figura 2). La línea azul presenta el resultado obtenido si sobre el material no se supone daño. La línea en rojo presenta el resultado con la incorporación del modelo de daño antes presentado.

Como se puede observar existe un fallo progresivo del material conforme éste se deforma, llegando en este ensayo hasta un 20% de su longitud inicial.

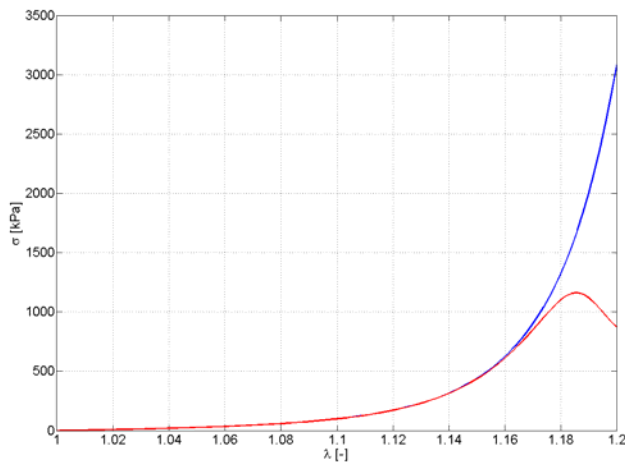


Figura 2. Ensayo uniaxial de tracción.

3.2. Ensayo de carga-descarga

Se simula igualmente el proceso de carga y descarga del material, empezando en un 15% de alargamiento del material hasta un 20%, realizando 5 ciclos entre ambos alargamientos (figura 3). Como puede apreciarse el daño sobre el material es mayor conforme el alargamiento se incrementa.

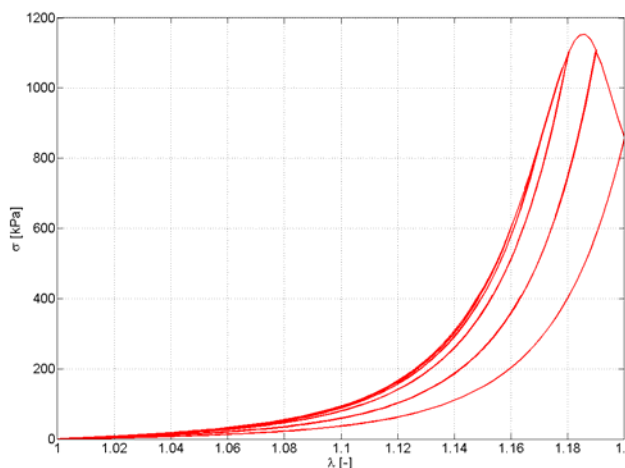


Figura 3. 5 ciclos de ensayos de tracción.

3.3. Representación estereográfica

Una forma posible de visualizar los valores obtenidos sobre la micro-esfera es la proyección estereográfica. Esta consiste en proyectar los valores de mitad de la superficie de la esfera (por tratarse de dos semiesferas simétricas), sobre el plano medio de la esfera. De esta forma se consigue visualizar en 2D los valores obtenidos sobre la superficie exterior.

Se presentan en la figura 4 los valores del factor (1-D) al final del ensayo. Dicho factor toma valor 1 para material sin daño y valor 0 para material totalmente dañado. Se observa que en la dirección y eje de la carga (y dirección de la dirección preferencial de las fibras), y en la zona de los polos, donde existe la mayor concentración de fibras, el parámetro de daño D es cercano a 1.

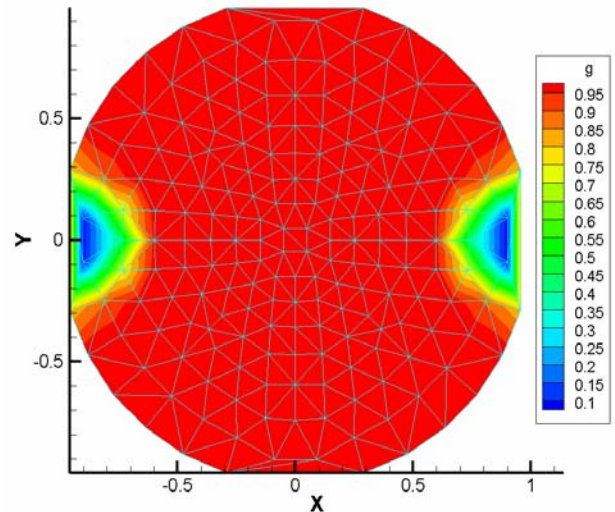


Figura 4. Valores del factor (1-D) en el ensayo uniaxial.

4. Conclusiones

El objetivo de este trabajo ha sido introducir un modelo de daño aplicable a tejidos biológicos fibrados en la micro-esfera. Se realizó un desacoplamiento multiplicativo del tensor gradiente de deformación en una parte volumétrica y otra desviadora. Bajo esta suposición la función densidad de energía fue desacoplada de forma aditiva en termino volumétrico y otro desviador, siendo éste a su vez desacoplado en un termino isótropo (contribución de la matriz) y otro anisótropo (contribución de las fibras). La contribución de las fibras ha sido obtenida a través de un modelo micro estructural denominado micro-esfera. Para obtener el comportamiento macro del material se ha usado una integración numérica sobre la superficie de la esfera de la contribución micro estructural de cada familia de fibras. Se incorporó a la contribución micro estructural un modelo de daño aplicable a materiales biológicos. Este modelo considera una evolución del daño diferente para la matriz y para las fibras. Por tanto se ha podido introducir el daño a las fibras caracterizadas por el modelo micro-mecánico de forma separada al daño en la matriz del material (no considerado en el presente trabajo).

Dichos modelos se implementaron para poder observar el comportamiento predicho del material. Se obtuvieron resultados conformes a lo esperado, tanto cuantitativamente como cualitativamente.

Agradecimientos

Los autores agradecen la financiación recibida por el Ministerio de Educación e Innovación a través del proyecto PSE2008/0531 y DPI2007-63254 y por el CIBER-BBN a través del proyecto Intramural BIOSCAFF-APLICACIÓN VASCULAR

Referencias

- [1] Fung YC. *Biomechanics. Mechanical Properties of Living Tissues*. Springer: Berlin, 1993.

- [2] Weiss JA, Maker BN, Govindjee S. Finite element implementation of incompressible, transversely isotropic hyperelasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 1996; **135**:107–128.
- [3] Holzapfel GA, Gasser TC, Ogden RW. A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models. *Journal of Elasticity* 2000; **61**:1–48.P
- [4] Peña E, Calvo B, Martinez MA, Doblaré M. A three-dimensional finite element analysis of the combined behavior of ligaments and menisci in the healthy human knee joint. *Journal of Biomechanics* 2006; **39**:1686–1701.
- [5] Schechtman H, Bader DL. Fatigue damage of human tendons. *Journal of Biomechanics* 2002; **35**:347–353.
- [6] Hokanson J, Yazdani S. A constitutive model of the artery with damage. *Mechanics Research Communications* 1997; **24**:151–159.
- [7] Natali AN, Pavan PG, Carniel EL, Luisiano ME, Tagliavero G. Anisotropic elasto-damage constitutive model for the biomechanical analysis of tendons. *Medical Engineering and Physics* 2005; **27**:209–214.
- [8] B. Calvo, E. Peña, M.A. Martinez and M. Doblaré, An uncoupled directional damage model for fibred biological soft tissues, formulation and computational aspects, *Internationa Journal of Numerical Methods in Engineering*. **06** (2006), pp. 1–3.
- [9] Rodríguez J-F, Cacho F, Bea JA, Doblaré M. A stochastic-structurally based three dimensional finite-strain damage model for fibrous soft tissue. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 2006; **54**:564–886.
- [10] Miehe, C.,Göktepe, S.,2005.A micro-macro approach to rubber-like materials. PartII: the micro-sphere model of finite rubber viscoelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 53(10),2231–2258.
- [11] Miehe, C.,Göktepe, S.,Lulei,F.,2004. A micro-macro approach to rubber-like materials. Part I: the non-affine micro-sphere model of rubber elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 52(11),2617–2660.
- [12] Göktepe, S.,Miehe,C.,2005.A micro-macro approach to rubber-like materials. PartIII: the micro-sphere model of anisotropic mullins-type damage. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 53(10),2259–2283.
- [13] Alastrue, V; Martinez, MA; Doblaré, M, et al. Anisotropic micro-sphere-based finite elasticity applied to blood vessel modelling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2009. 57(1), 178-203.
- [14] Holzapfel,G.A., Sommer,G., Gasser,C.T., Regitnig,P., 2005. Determination of layer-specific mechanical properties of human coronary arteries with nonatherosclerotic intimal thickening and related constitutive modeling. *American Journal of Physiology-Heart and Circulation Physiology*. 289(5), H2048–2058.
- [15] Zulliger, M.A., Fridez, P., Hayashi, K., Stergiopoulos, N., 2004. A strain energy function for arteries accounting for wall composition and structure. *Journal of Biomechanics* 37 (7), 989–1000.
- [16] Simo JC. On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model: formulation and computational aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 1987; 60:153–173.
- [17] Flory, P.J., 1961. Thermodynamic relations for high elastic materials. *Trans. Faraday Soc.* 57, 829–838.