

Caracterización de Speckle con Modelos de Cola Pesada

G. Vegas Sánchez-Ferrero, F. Simmross Watemberg, M. Martín Fernández,
C. Palencia, C. Alberola López

Laboratorio de Procesado de Imagen - Universidad de Valladolid

Resumen

A lo largo de los años se han empleado multitud de modelos probabilísticos para describir el patrón de speckle en imágenes US. Los más célebres han sido el modelo Rayleigh por su simplicidad y el modelo Nakagami por su bondad de ajuste empírica. No obstante, estos modelos no logran ajustar satisfactoriamente las colas pesadas de las funciones de densidad empírica que son producidas por la elevada impulsividad de los dispersores. En este trabajo se presenta un modelo probabilístico que describe el comportamiento del patrón de speckle con cola pesada y que contempla el caso de una componente especular. Los resultados muestran que las hipótesis planteadas en este trabajo se ajustan a las señales reales notablemente mejor que las hipótesis de otros modelos.

1. Introducción

Entre las técnicas de imagen no invasivas, la imagen ultrasonica es -probablemente- la más extendida. El principal motivo de su éxito radica en que proporciona un método de bajo coste para la ayuda al diagnóstico y se usa en una gran variedad de protocolos médicos. No obstante, las imágenes de ultrasonidos (US) presentan un patrón granular característico de esta modalidad que dificulta su interpretación. Se trata del llamado *speckle*.

Este patrón se origina por interferencias aleatorias de multitud de componentes ondulatorias coherentes producidas por elementos microscópicos del medio "iluminado". Concretamente, en el caso de los US, tanto la celda de resolución como el número de dispersores efectivos y el proceso de adquisición son los elementos que influyen en la formación de *speckle* [1].

El análisis de la onda de eco reflejada proveniente del tejido iluminado permite caracterizar los tejidos para su interpretación médica. Por ello, y debido a la naturaleza aleatoria del *speckle*, se han propuesto en la literatura multitud de modelos probabilísticos. Esta caracterización encuentra su utilidad en aplicaciones como segmentación, clasificación y filtrado. No obstante, la bondad de estos métodos depende fuertemente del modelo probabilístico que describe el tejido en US. Por este motivo, el modelado probabilístico de las señales de amplitud en US ha sido un área de gran actividad en los últimos años.

Probablemente el modelo más célebre ha sido el modelo

uniparamétrico Rayleigh, que describe el llamado *speckle* completamente formado. Este patrón se genera cuando hay un elevado número de dispersores efectivos en la celda de resolución. No obstante, las imágenes reales muestran una desviación de este modelo que puede ser debida a un bajo número de dispersores en la celda de resolución o a la predominancia de algunos componentes en la celda. Las distribuciones más comúnmente aceptadas son el modelo Rice cuando hay componente especular (*speckle* completamente resuelto), modelo K (parcialmente formado) y K-homodino (parcialmente resuelto).

Aunque todos estos modelos se basan en suposiciones físicas sobre la dispersión en medios aleatorios, se han propuesto otras distribuciones que han demostrado su eficacia empírica en imágenes reales. Este es el caso de la distribución Gamma [2] y Nakagami [1]. La Gamma es una distribución de dos parámetros que describe el resultado de interpolar/filtrar *speckle* completamente formado. La Nakagami se propuso como un modelo de dos parámetros que generaliza la distribución Rayleigh y se aproxima a la Rice.

La capacidad de la distribución Nakagami para modelar el *speckle* completamente resuelto y completamente formado hizo que se convirtiera en el modelo más aceptado. No obstante, tanto las colas de la Nakagami, como la K, Rayleigh o Gamma no presentan la respuesta impulsiva propia del *speckle*. Ésta es producida por acción de dispersores altamente impulsivos que provoca la aparición de colas pesadas en las distribuciones.

Una de las distribuciones que se ha propuesto en la literatura para ajustar el carácter impulsivo del *speckle* es el modelo Rayleigh de cola pesada o *Heavy-Tailed* (HT-Rayleigh) [3]. No obstante, este modelo no considera la presencia de dispersores especulares en la región de dispersión y, por tanto, es incapaz de describir el modelo completamente resuelto.

En este trabajo proponemos un modelo α -estable (AS) que describe el comportamiento impulsivo que provoca las colas pesadas y que tiene en cuenta las componentes especulares del *speckle*. Por tanto, es una generalización del modelo HT-Rayleigh propuesto por [3] y generaliza también de forma natural el modelo Rayleigh y Rice, pues la hipótesis Gaussiana es un caso particular de la propuesta.

Las contribuciones principales de este trabajo son dos: **1)** Probamos que la hipótesis AS es aplicable a imágenes

reales de US y considerablemente mejor que la hipótesis Gaussiana comúnmente utilizada. **2)** Demostramos que el modelo HT-Rayleigh es insuficiente para caracterizar el speckle completamente resuelto, pues la hipótesis de componente especular nula no es siempre admisible.

Los experimentos se han probado con 30 placas coronarias analizadas histológicamente y clasificadas como tejido calcificado, donde la componente especular del speckle no es despreciable. Además, se estudiaron 50 regiones de lumen donde no hay estructuras con componente especular relevante.

2. Modelos Probabilísticos

2.1. Modelos Clásicos

La formación de las imágenes de US comienza con la emisión del paquete de pulsos que viaja a través del tejido. La dispersión se produce por acción de los dispersores efectivos por celda de resolución. Éstos contribuyen al cambio de la forma del pulso de acuerdo con las características del medio, como son el número de dispersores efectivos y su tamaño [1, 2].

El modelo de eco tras la dispersión, $s(t)$ se suele tratar como un fenómeno de “paseo aleatorio” o “random walk”, debido a la disposición aleatoria de los dispersores en cada celda de resolución [1]:

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \cos(\omega_0 t + \phi_n) \quad (1)$$

donde ω_0 es la frecuencia media de excitación y N es el número efectivo de dispersores por celda de resolución. Las fases, ϕ_n suelen ser modeladas como distribuciones uniformes en $[0, 2\pi]$ y la amplitud se considera como distribución Normal.

El modelo de speckle completamente formado supone un número elevado de dispersores por celda y, aplicando el Teorema del Límite Central, la señal tras la dispersión se expresa como:

$$s(t) = X_r \cos(\omega_0 t) + X_i \sin(\omega_0 t) \quad (2)$$

donde X_r e X_i son las componentes en fase y cuadratura respectivamente y siguen distribuciones Gaussianas independientes e idénticamente distribuidas de media cero.

Por tanto, la envolvente de la señal recibida se calcula como $R = \sqrt{X_r^2 + X_i^2}$ y sigue una distribución Rayleigh [4]:

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad r \geq 0 \quad (3)$$

Por otro lado, siguiendo una argumentación distinta, Shan- kar en [1] propone la distribución Nakagami como un “modelo simple y universal para la caracterización de tejidos”. A diferencia de los modelos comentados en la introducción, el Nakagami no está basado en suposiciones físicas sino que justifica su uso por su bondad de ajuste empírico en comparación con modelos Rayleigh y Rice.

La función de densidad de probabilidad (PDF) Nakagami es la siguiente:

$$f_R(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)(2\Omega)^m} e^{-\frac{m}{2\Omega} r^2} u(r) \quad (4)$$

Esta distribución ofrece buenas propiedades para describir el comportamiento del speckle pues la distribución Rayleigh es un caso particular de ésta ($m = 1$). Además, cuando $m > 1$ es similar a la distribución Rice. A pesar de ello, esta distribución presenta ciertas limitaciones pues no es capaz de ajustar las colas pesadas que se observan en las PDFs de imágenes reales y que son debidas a la naturaleza impulsiva del speckle [5].

2.2. Modelo HT-Rayleigh

Este modelo fue propuesto en origen para el caso de imágenes de radar de apertura sintética y tiene sentido su aplicación en imágenes de US puesto que las suposiciones que se adoptan en ambas modalidades son similares [3]. La principal ventaja de este modelo es que procura modelar la respuesta impulsiva del speckle a través de la hipótesis de que las señales de fase y cuadratura recibidas en la sonda siguen una distribución AS en lugar de Gaussiana.

En su deducción parte de la función característica bivariente de la distribución AS de dos parámetros:

$$\psi(t_1, t_2) = e^{-\gamma |t|^\alpha} \quad (5)$$

Donde t_1 y t_2 son los elementos del vector \mathbf{t} , y $|\mathbf{t}| = \sqrt{t_1^2 + t_2^2}$. La relación entre la función característica y la PDF se puede obtener a través de la transformada de Fourier:

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{t_1} \int_{t_2} e^{-\gamma |t|^\alpha} e^{-j2\pi(x_1 t_1 + x_2 t_2)} dt_1 dt_2 \quad (6)$$

Finalmente podemos obtener la PDF de la envolvente de la variable aleatoria $\mathbf{X} = (X_1, X_2)$ cambiando de variable a coordenadas polares y marginalizando la variable angular:

$$f_R(r) = \int_0^{2\pi} r f_{X_1, X_2}(r \cos \phi, r \sin \phi) d\phi \quad (7)$$

donde $X_1 = R \cos(\Phi)$ y $X_2 = R \sin(\Phi)$.

En [3] se propone la evaluación de esta expresión a través de métodos de cuadratura numérica pues los desarrollos en serie son inestables.

Este modelo resuelve el problema principal que presentan los modelos Rayleigh y Nakagami pues contempla respuestas altamente impulsivas que dan origen a las colas pesadas en las PDFs. Pero, a pesar de ello, no tiene en cuenta la componente especular en el modelo de dispersión y, por tanto, presenta aún una carencia importante a la hora de caracterizar tejidos con componente especular significativa, como es el caso de tejidos musculares o calcificados.

3. Modelo α -Estable para Speckle Completamente Resuelto

En esta sección se expondrá un modelo más general de distribución α -estable que tiene en cuenta esta contribución especular de los tejidos.

Las hipótesis subyacentes en los modelos clásicos son de Gaussianidad en las componentes real e imaginaria del modelo de *random walk*. En el caso de la distribución HT Rayleigh, se presuponen componentes real e imaginaria idénticamente distribuidas y componente especular nula. Con el fin de superar estas suposiciones y analizar hasta qué punto son aceptables en imágenes reales presentaremos un modelo que generaliza el propuesto en [3]. Consideraremos componentes especulares no nulas y distintos parámetros de dispersión para cada componente. La función característica de una variable aleatoria α -estable de 4 parámetros tiene la siguiente expresión:

$$\psi(t) = \begin{cases} e^{j\delta t - \gamma^\alpha |t|^\alpha (1 + j\beta \text{sign}(t) \tan(\alpha\pi/2))}, & \text{si } \alpha \neq 1 \\ e^{j\delta t - \gamma^\alpha |t|^\alpha (1 + j\beta \text{sign}(t) \frac{2}{\pi} \log |t|)}, & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \quad (8)$$

Donde el parámetro δ es el parámetro de localización, que modela la componente especular no nula de la variable aleatoria. El parámetro α es el parámetro de forma y varía en el intervalo $(0, 2]$. En el caso $\alpha = 2$ la distribución es Gaussiana por lo que este modelo generaliza de forma natural la hipótesis Gaussiana. El parámetro β es el parámetro de asimetría y toma valores en $[-1, 1]$. Este valor es de esperar que sea cercano a cero pues no se espera que exista una repuesta anisótropa apreciable en la celda de resolución que haga que las contribuciones de los dispersores pierdan simetría radial. El parámetro γ es el denominado parámetro de dispersión, que es el homólogo de la desviación estándar del caso Gaussiano.

En el caso en que se pruebe que el parámetro de asimetría β es despreciable y que los parámetros de dispersión de la componente real e imaginaria son iguales, se puede considerar que la función característica asociada es una distribución α -estable bivalente y simétrica cuya expresión es:

$$\psi(t_1, t_2) = e^{j\delta_1 t_1 + j\delta_2 t_2 - \gamma^\alpha |t|^\alpha} \quad (9)$$

Esta expresión generaliza el caso HT-Rayleigh pues tiene en cuenta la componente especular de X_r y X_i .

La obtención de la PDF para este caso se realiza por medio de la transformada de Fourier:

$$f_{X_r, X_i}(x_1, x_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{t_1} \int_{t_2} \psi(t_1, t_2) e^{-jx_1 t_1 - jx_2 t_2} dt_1 dt_2 \quad (10)$$

Finalmente podemos obtener la PDF de la envolvente de la variable aleatoria $\mathbf{X} = (X_r, X_i)$ cambiando de variable a coordenadas polares y marginalizando la variable angular:

$$f_R(r) = \int_0^{2\pi} r f_{X_r, X_i}(r \cos \phi, r \sin \phi) d\phi \quad (11)$$

donde $X_r = R \cos(\Phi)$ y $X_i = R \sin(\Phi)$.

Esta expresión se puede calcular por método numéricos de forma análoga a como se plantea en [3].

4. Resultados

Los experimentos fueron realizados con señales de US intravasculares de la arteria coronaria adquiridas tras la etapa

de compensación de ganancia. Estas señales están directamente tomadas de la sonda antes del cálculo de la envolvente y, por tanto, no han sido comprimidas logarítmicamente ni han experimentado ningún tipo de interpolación para representación cartesiana¹. Se tomaron imágenes de 30 placas calcificadas con validación histológica y 50 regiones de lumen con un sistema IVUS Galaxy II (Boston Scientific) utilizando un catéter Atlantis SR Pro 40MHz (Boston Scientific). El muestreo de datos se realizó a 200 MHz con una tarjeta de adquisición Acquiris de 12-bits.

Se plantean dos tipos de experimentos con dos objetivos distintos: **1) Probar la hipótesis de AS en datos reales.** Para ello se partirá del modelo general planteado en la Ec. (8) para cada componente (fase y cuadratura) de la señal adquirida. Para ello se ajustará el modelo AS de la Ec. (8) en cada componente por medio del algoritmo propuesto por Nolan en [6]. Se compararán los parámetros de la estimación para cada componente en los distintos tipos de tejido con el fin de mostrar que la distribución AS es isotrópica (mismos parámetros α y γ en ambas componentes) y se comparará con el modelo Gaussiano utilizado habitualmente. Este experimento permitirá comprobar si la suposición de Gaussianidad en la adquisición es razonable y si el modelo propuesto en la Ec. (9) es consistente.

2) Evaluar la bondad de ajuste en ambos tipos de tejidos con el modelo propuesto. Se comparará el modelo de la Ec. (11) con el modelo HT-Rayleigh y el Nakagami. Este experimento demostrará si existe una diferencia significativa en aproximar la PDF de los tejidos con la hipótesis de α -estabilidad frente a los modelos habituales comúnmente utilizados.

Como resultados del primer experimento, en la tabla 1 se representa la diferencia entre los parámetros α de la componente en fase y componente en cuadratura. En ella se aprecia el elevado grado de similitud que hay en los parámetros de las AS. Se realizó un test *t de student* desapareado. La hipótesis H_0 supuesta en el test es que las distribuciones tienen medias iguales. Se empleó una significancia estadística del 5 %. Los p-valores del test y la hipótesis aceptada se muestran en la tabla 2, donde se aprecia que todas las hipótesis aceptadas han sido las nulas, luego tienen misma media.

Por otro lado, el valor del parámetro β obtenido para ambos tipos de tejidos tiene un error relativo respecto al valor nulo de 0,3 % en el peor de los casos, lo que hace que la suposición de asimetría sea razonable con un error inferior al 1 %. Este resultado permite afirmar que la PDF bivalente de la señal obtenida en la sonda presenta una simetría radial respecto a la media y, por tanto, que el modelo propuesto en la Ec. (9) es consistente en ambos tipos de tejido.

La hipótesis de Gaussianidad se evaluó empleando como medida de comparación la divergencia Kullback-Leibler (D_{KL}). Ésta es menor cuanto más parecidas sean las PDFs. El resultado se muestra en la figura 1 para el caso del lu-

¹Las imágenes pertenecen a arterias post-mortem adquiridas en el Hospital Germans Trias i Pujol de Badalona con su aprobación en un estudio supervisado por la doctora Josepa Mauri.

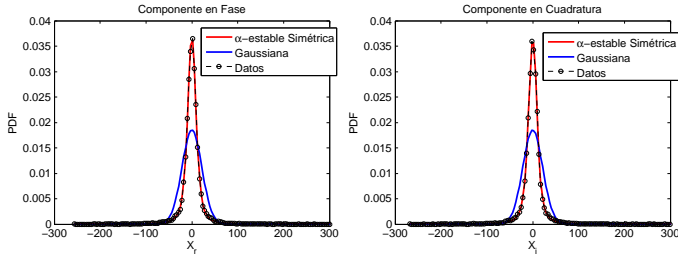


Figura 1. Ajuste de modelo AS propuesto en comparación con el modelo Gaussiano en las señales de fase y cuadratura para el caso Lumen.

	Lumen		Placa Calcificada	
	X_r	X_i	X_r	X_i
α	1.18 ± 0.18	1.18 ± 0.18	1.16 ± 0.22	1.13 ± 0.19
β	-0.01 ± 0.01	-0.01 ± 0.0	-0.001 ± 0.02	-0.005 ± 0.02
γ	30.48 ± 26.38	30.42 ± 26.30	341.62 ± 408.17	337.96 ± 406.44
δ	0.09 ± 0.17	0.14 ± 0.24	-0.53 ± 7.36	0.75 ± 6.77

Tabla 1. Parámetros obtenidos para el ajuste de la distribución AS (media \pm desviación standard).

men. En el caso de placa calcificada, el ajuste es similar y lo omitimos. Los resultados obtenidos para la D_{KL} se presentan en la tabla 3. En ellos se puede apreciar cómo el ajuste con AS es notablemente mejor que con la hipótesis Gaussiana.

La influencia de la componente especular se evaluó a través de un test t donde la hipótesis nula consiste en suponer un parámetro $\delta = \sqrt{\delta_r^2 + \delta_i^2}$ igual a cero, donde δ_r y δ_i son los parámetros de localización de cada componente².

Los resultados obtenidos descartaron la hipótesis nula con p-valores de $2,21 \cdot 10^{-6}$ en el caso de lumen y $3,19 \cdot 10^{-6}$ en el caso de placa calcificada. Este resultado evidencia que en ningún caso se debe considerar que la componente especular es nula y concretamente en el caso de placa calcificada es el doble que en el lumen.

Finalmente, se ajustaron el modelo propuesto, el HT-Rayleigh y el Nakagami a la PDF de la envolvente de la señal y se compararon por medio de la D_{KL} . Los resultados se presentan en la figura 2 donde se puede ver el mejor ajuste del método propuesto en ambos tejidos.

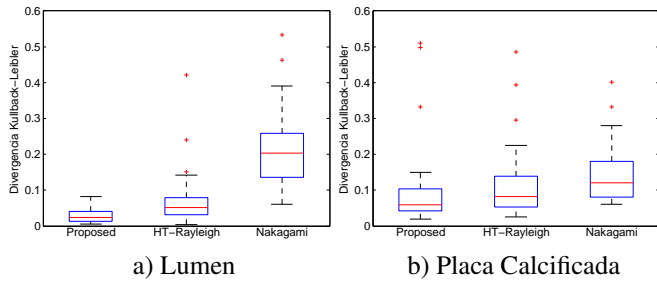


Figura 2. Divergencia de Kullback-Leibler para la amplitud de la señal de ultrasonidos ajustada con el modelo propuesto, HT-Rayleigh y Nakagami.

²Este parámetro es la desviación respecto a una componente especular nula de la amplitud de la señal y, por tanto, es equivalente a la componente especular en la celda de resolución.

	Lumen		Placa Calcificada	
	p-valor	Hipótesis	p-valor	Hipótesis
α	0,9519	H_0	0,6084	H_0
β	0,3316	H_0	0,4869	H_0
γ	0,9906	H_0	0,9642	H_0

Tabla 2. P-valores para el test t de student desapareado.

	Lumen		Placa Calcificada	
	X_r	X_i	X_r	X_i
Gaussiana	0.4392	0.3727	0.2221	0.2170
α -estable	0.0191	0.0237	0.0476	0.0445

Tabla 3. Divergencia de Kullback-Leibler para el ajuste por componente de la señal de eco.

5. Conclusión

En este trabajo se ha presentado una distribución que modela el speckle completamente resuelto basado en la envolvente de distribuciones AS con componente especular. Este modelo es una generalización de los modelos clásicos y HT-Rayleigh. Los resultados demuestran que es consistente con datos reales mejorando notablemente los ajustes en comparación con los modelos que parten de hipótesis Gaussianas y que, además, la componente especular no debe ser descartada.

En nuestra opinión, este trabajo abre la vía a una familia versátil de distribuciones que modelan fielmente el comportamiento probabilístico del speckle en imágenes de US y que, por su capacidad de describir tejidos, ofrecen un gran potencial para aplicaciones como filtrado, segmentación y clasificación.

Agradecimientos

Los autores agradecen F. Ciompi, O. Pujol, J. Mauri y P. Radeva del Computer Vision Center de la Universidad Autónoma de Barcelona por proporcionar las imágenes. Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos VA37A611-2, VA0339A10-2; CEN-20091044, TEC2010-17982, MTM2007-63257, y PI11/01492.

Referencias

- [1] P.M. Shankar. A general statistical model for ultrasonic backscattering from tissues. *IEEE Trans. on Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 47(3):727–736, 2000.
- [2] G. Vegas-Sánchez-Ferrero *et al.* On the influence of interpolation on probabilistic models for ultrasonic images. In *ISBI*, pages 292–295, 2010.
- [3] E.E. Kuruoglu and J. Zerubia. Modeling sar images with a generalization of the rayleigh distribution. *IEEE Trans. on Imag. Proc.*, 13(4):527–533, april 2004.
- [4] R.F. Wagner *et al.* Statistics of speckle in ultrasound B-scans. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 30(3):156–163, may 1983.
- [5] P.M. Shankar. Ultrasonic tissue characterization using a generalized Nakagami model. *IEEE Trans. on Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 48(6):1716–1720, nov. 2001.
- [6] J.P. Nolan. Parameter estimation and data analysis for stable distributions. In *Signals, Systems and Computers*, volume 1, pages 443–447 vol.1, nov. 1997.